

L'XI CONGRESSO DELLA « COMMISSION INTERNATIONALE POUR L'ÉTUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ».

Si è tenuta a Madrid dal 21 al 27 aprile u. c. l'11<sup>ma</sup> « Rencontre » della « Commission Internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques ». Avendo avuto il piacere di partecipare al Congresso, penso che una diffusa relazione del lavoro svoltosi possa essere utile ai colleghi italiani. Questo rapporto vuole essere anche un ringraziamento al Ministero della Pubblica Istruzione che ha permesso a me e ad altri insegnanti italiani di partecipare alla Riunione, un ringraziamento al Presidente e al Segretario della Commissione Internazionale e a tutti i colleghi spagnoli che ci hanno offerto la più cordiale e affettuosa ospitalità.

LAVORI E FINALITÀ DELLA « COMMISSION INTERNATIONALE POUR L'ÉTUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ».

Ho già avuto occasione di parlare in questa stessa Rivista <sup>(1)</sup> dei programmi e dei fini che si propone questa Commissione internazionale. La Commissione ha come Presidente il matematico G. Choquet della Sorbonne, come Vice-Presidente lo psicologo ginevrino J. Piaget e come Segretario il matematico C. Gattegno, professore di didattica matematica all'Institute of Education dell'Università di Londra; nella Direzione della Commissione si sono dunque volute rappresentare la matematica, la psicologia e la pedagogia. Questa triplice collaborazione fa sì che il centro su cui è rivolta costantemente l'attenzione della Commissione è l'allievo: il bambino e l'adolescente vengono studiati sia individualmente, sia in « équipe » e nella classe.

Il problema che si è presentato da qualche tempo agli insegnanti di matematica è il seguente: la società scolastica è cambiata in ogni nazione da una cinquantina d'anni, e continua a cambiare, ad ampliarsi; le difficoltà nello studio della matematica, che un tempo venivano sentite da pochi perchè molti allievi erano sostenuti da un ambiente familiare colto e scelto, sono oggi provate dalla grande maggioranza della scolaresca a tutti i livelli e in tutti i Paesi. Parallelamente si avverte sempre più la necessità che delle basi solide di matematica divengano patrimonio di ognuno perchè, da una parte, non è più ammissibile che un intellettuale abbia una cultura di carattere esclusivamente letterario e, d'altra parte, non solo il tecnico o l'industriale, ma anche l'operaio specializzato, ha oggi bisogno di un inquadramento matematico.

---

<sup>(1)</sup> Vedi « Archimede », 1955, n. 6, p. 279.

Si comprende quindi come i due problemi — la difficoltà provata dalla maggior parte degli allievi per il corso di matematica, e la necessità di una cultura matematica — abbiano condotto pedagogisti e psicologi allo studio dell'origine e dello sviluppo dei concetti matematici nella mente del fanciullo e dell'adolescente.

Scopo della Commissione è appunto quello di raccogliere ricerche, esperienze, lavori fatti in tutto il mondo su questioni di didattica matematica e che non riguardano esclusivamente la sola matematica, ma — come abbiamo detto — anche la psicologia e la pedagogia.

La discussione di questi lavori viene fatta una volta l'anno nelle « Rencontres » della Commissione, che sono tenute sempre in Paesi differenti in modo da interessare maggiormente i professori di questa o quella nazionalità. La Commissione non pubblica rendiconti speciali sui lavori fatti nei Congressi, ma un resoconto di questi viene sempre redatto nella Rivista belga « *Mathematica & Paedagogia* »<sup>(1)</sup>.

A cura della Commissione vengono invece pubblicati dei volumi in collaborazione su temi specifici di didattica matematica; il primo è uscito un anno fa e, sotto il titolo vago *L'enseignement des Mathématiques*, i sei autori prendono in esame l'opportunità o meno di introdurre le matematiche moderne, o meglio lo spirito delle matematiche moderne, nelle scuole secondarie<sup>(2)</sup>. Il secondo volume uscirà nel prossimo settembre e gli articoli scritti da vari autori verteranno sul tema *Il materiale nell'insegnamento della matematica*, tema che è stato appunto discusso nel Congresso di Madrid.

Prima di parlare dettagliatamente dell'ultimo Congresso vogliamo dare un'idea del metodo di lavoro che si segue nei Congressi stessi; sono, questi, dei convegni molto diversi dai soliti anche se trattano di argomenti analoghi: si può dire che le conferenze sono pochissime, non vi sono relazioni ufficiali né visite di prammatica; mancano, insomma, tutti quei diversivi che costituiscono il « contorno » molto abbondante dei soliti convegni. Qui, si lavora indefessamente per una settimana, dalle prime ore della mattina alla tarda sera; è un lavoro di discussione che si prolunga per ore e giorni su qualche osservazione fatta da un congressista, su qualche esperienza riferita, su errori e difficoltà per certi concetti da parte di allievi di determinate età, su « lezioni modello », cioè « esperienze modello », che si fanno, in presenza di tutti i congressisti, sugli allievi di una scuola della località ove ha luogo la riunione; un lavoro in un ambiente cordiale, in cui tutti sono amici o amici di amici, in cui tutti conoscono le doti e i difetti dei propri compagni di lavoro, e, quindi, li comprendono e vengono compresi. In breve, il tono delle riunioni è di assoluta « camaraderie ».

#### IL CONGRESSO DI MADRID.

In generale le « Rencontres » della Commissione si tengono in piccoli centri, villaggi tranquilli e un po' isolati in modo che i convenuti rimangono

<sup>(1)</sup> Bulletin de la Société Belge de Professeurs de Mathématiques. 24 rue Paul Janson, La Louvière (Belgio).

<sup>(2)</sup> PIAGET, BETH, DIEUDONNÉ, LICHNEROWICZ, CHOQUET, GATTEGNO, *L'enseignement des Mathématiques*. Editions Delachaux et Niestlé, Neuchâtel (Svizzera). Una recensione del volume si trova nel n. 6 di questa Rivista, 1955. Il libro uscirà in traduzione italiana presso la Casa Editrice La Nuova Italia, Firenze.

lontani dai rumori e dalle distrazioni delle città. Questa è la prima volta che una grande città — Madrid — accoglie i congressisti. Ma i lavori del Convegno erano così interessanti che — bisogna riconoscerlo — nessuno è stato distratto dalla vita della capitale, e, d'altra parte, questa grande sede ha avuto i suoi vantaggi, come diremo dopo.

Partecipavano al Congresso, tenuto all'Istituto di San Isidro (un antico liceo statale), oltre a un numeroso gruppo di spagnoli, una cinquantina di stranieri di ben dieci nazionalità. Oltre all'Italia, presente con cinque insegnanti (L. Campedelli dell'Università di Firenze, A. Pescarini del Liceo Classico di Ravenna, S. D'Agostino dell'Istituto Magistrale « Caetani » di Roma, L. Gilli Ragusa della Scuola Media « Visconti » di Roma ed E. Castelnuovo della Scuola Media « Tasso » di Roma), avevano inviato dei rappresentanti l'Austria, il Belgio, la Francia, la Germania, l'Inghilterra, la Jugoslavia, il Portogallo, la Svizzera e l'Uruguay.

Erano presenti, fra gli altri: G. Choquet della Sorbonne, C. Gattegno dell'Università di Londra, che — come abbiamo detto — sono il Presidente e il Segretario della Commissione, L. Campedelli dell'Università di Firenze, G. Kurepa dell'Università di Zagabria, P. Puig Adam dell'Università di Madrid e J. Silva dell'Università di Lisbona.

Il tema del Convegno era: *Il materiale per l'insegnamento della matematica*. Data la mole e la varietà dei lavori fatti in quella settimana, raggruppiamo le attività svolte nei seguenti paragrafi:

- 1) due brevi conferenze tenute da P. Puig Adam e da W. Servais rispettivamente sui temi « La matematica e il concreto » e « Il valore dei metodi intuitivi »;
- 2) gruppi di lavoro dei congressisti sugli argomenti: modelli, filmine, films;
- 3) proiezioni di films;
- 4) classi sperimentali.

A lato del Convegno era stata organizzata una grandiosa Esposizione internazionale di modelli, dispositivi mobili e sussidi didattici vari per la rappresentazione e la suggestione di proprietà geometriche e algebriche. L'Italia aveva inviato, fra l'altro, un interessante apparecchio, detto « geospazio », ideato dal prof. Pescarini, per la rappresentazione di fatti geometrici della geometria dello spazio, ed aveva poi corredato questo materiale con l'esposizione di riviste, volumi e pubblicazioni diverse sull'insegnamento della matematica, e con una ricca serie di fotografie riproducenti i plastici riguardanti l'insegnamento della geometria superiore, costruiti dal prof. Campedelli presso l'Università di Firenze per iniziativa dell'Unione Matematica Italiana.

Fra i vari padiglioni erano soprattutto interessanti per la varietà e l'originalità dei materiali, molti dei quali costruiti dagli allievi stessi, quelli della Spagna e del Belgio<sup>(1)</sup>.

<sup>(1)</sup> Per avere qualche idea sulla utilizzazione di questi modelli, vedi per esempio, il volumetto *Didactica Matematica euristica* di P. PUIG ADAM, Instituto de Formacion del Profesorado de Enseñanza Laboral, Pinar, 19 Dup. Madrid. — E, per quanto riguarda il Belgio, oltre alla già citata rivista « *Mathematica & Paedagogia* », anche il fascicolo « *Documentation* », Cahier n. 5 (*Les modèles dans l'enseignement mathématique*), pubblicato a cura del Ministère de l'Instruction Publique, Bruxelles, 1956.

1. - *Le conferenze.*

Le conferenze hanno avuto più un carattere introduttivo che una forma di relazione ufficiale; sono state quindi assai brevi, ma gli autori hanno saputo mettere a fuoco le questioni fondamentali.

P. Puig Adam nella sua conferenza « La matematica e il concreto » dichiara subito che ritiene insufficiente di limitare l'attività matematica alla dinamica operatoria fra concetti puri e di ridurla al fatto di coltivare le sole facoltà logiche. Il meccanismo logico non è che una fase, sia pure importantissima, del pensiero matematico, ma deve essere preceduto da una fase di schematizzazione e di astrazione dai fatti reali e seguito poi da una fase di proiezione sul piano reale.

Egli trova appunto che le due fasi di concretizzazione che precedono e seguono la fase logica sono state trascurate nell'insegnamento tradizionale, creando in tal modo nell'allievo, quando non sia addirittura una incomprensione e una ripugnanza per la matematica, una tendenza all'astrazione prematura e il disprezzo per il mondo reale.

« Cominciamo oggi - dice Puig Adam - i lavori del nostro 11° Convegno e il tema è: "Lo studio del materiale moderno per l'insegnamento della matematica". Questo materiale, visto dal matematico situato dalla parte più astratta della catena sarà considerato solo come un insieme di semplici illustrazioni concrete, come degli abiti atti a facilitare in un dato momento un concetto difficile da comprendere, ma per l'educatore, che non dimentica la prospettiva dei processi iniziali d'astrazione, questo materiale significa ben di più perchè rappresenta qualche cosa di sostanziale nella sua funzione educativa. Questo materiale, strutturato sotto forma di modelli, non ha solamente per fine di tradurre occasionalmente delle idee matematiche, ma anche quello di suggerirle e di essere alla loro origine ».

Le stesse idee, anche se formulate in maniera diversa, sono espresse da Willy Servais, Presidente della Société Belge de Professeurs de Mathématiques, nella sua conferenza « Il valore dei metodi intuitivi ». Servais prende in considerazione il duplice problema: la materia che si insegna e la scolaresca; egli si chiede se l'insegnamento che generalmente viene impartito sia alla portata degli allievi a cui è diretto e sia degno della stessa matematica. Sembra a prima vista che fra le due questioni vi sia una contraddizione, ma non è così perchè il metodo d'insegnamento che noi seguiamo è spesso attaccabile anche in nome della matematica; uno degli errori in cui cadiamo, infatti, è proprio quello di far credere che non vi sia che una dimostrazione logica e di pensare che questa dimostrazione dia ai ragazzi l'idea della proprietà. Egli sostiene quindi la necessità di ritornare alle fonti intuitive e alle basi concrete. « Lavorando meglio - dice Servais - noi non lavoreremo solo per i bambini ma anche per la matematica stessa.... E l'introduzione di un materiale potrà da una parte, *proteggere* l'allievo dal maestro e, d'altra parte, permetterà al maestro di scoprire le qualità intuitive dell'allievo ». Egli conclude esprimendo un dubbio che può presentarsi a taluni e al quale non si potrebbe rispondere portando delle statistiche, dato che è troppo presto; ci si può chiedere: « quali prove abbiamo, in fondo, del valore dell'efficacia educativa dei metodi intuitivi? ».

2. - *I gruppi di lavoro.*

« È troppo presto per fare delle statistiche di confronto fra l'efficacia dei metodi moderni rispetto a quella dei metodi tradizionali d'insegnamento », questa era la conclusione della conferenza di W. Servais, ma, d'altra parte, egli accusava energicamente lo stato attuale di cose, dicendo che in ogni Paese vi è, per quanto riguarda la matematica, « una coalizione di professori e di metodi contro l'alunno ». Queste parole di dura critica invitano a riflettere, a reagire e ad agire, e possono essere proseguite da quelle, più serene, con cui Puig Adam terminava la sua conferenza: «... ed ora al lavoro, con fede. Pensiamo alla possibile felicità che il nostro lavoro può apportare a delle migliaia di bambini che soffrono ancora studiando la matematica. La speranza della loro liberazione incoraggerà il nostro sforzo ».

È con questa fede - dobbiamo riconoscerlo - che abbiamo iniziato i lavori del Congresso, dividendoci in gruppi a seconda dei nostri interessi più vivi. Le sezioni erano tre:

- a) modelli (studio e idee di modelli);
- b) films fissi o filmine (proiezione e suggerimenti di filmine);
- c) films (suggerimenti e progetti per la realizzazione di films di matematica).

Sezione a. - « Che cosa significa far uso di un materiale nella classe di matematica e in quale maniera può venir utilizzato? Quali vantaggi se ne possono trarre? ». Questa è la domanda che si pone chi non ha ancora avuto occasione di far uso di un materiale e che, quindi, come sempre davanti a un metodo nuovo, si trova smarrito e spesso anche un po' scettico.

A questi insegnanti, che costituiscono la maggioranza, è stato portato, all'inizio dei lavori della sezione a, un semplicissimo esempio: lo studio del cubo fatto con bambini di 11-12 anni. Che cosa è un cubo? No, non se ne dà la definizione; la definizione deve nascere dopo aver costruito un cubo, dopo aver manipolato un materiale a forma di cubo, dopo averlo analizzato in tutte le sue proprietà. La definizione deve essere una conquista da parte del bambino.

Ecco come si può procedere cominciando in un modo che alcuni possono considerare addirittura banale: diciamo a un bambino di costruire un cubo tagliando opportunamente una patata; ne verranno fuori dei solidi che « assomigliano » al cubo. Facciamo allora criticare questa costruzione. Mostrate poi alla classe un cubo già fatto in cartone e dite agli allievi di fabbricarlo uno, sempre in cartone, senza però dare loro delle indicazioni. Si è condotti così a domandarsi in quanti modi si può sviluppare un cubo e si passa subito a delle questioni complesse. E ancora: nel passaggio dallo sviluppo piano alla costruzione effettiva del cubo vi sono dei vertici che spariscono, dei lati che vanno a combaciare e quindi diminuiscono di numero; quanti elementi si perdono? Non è facile per un bambino fare un calcolo; anche qui si passa subito a delle questioni astratte.

Una volta poi costruito il cubo, cioè analizzati gli elementi che lo formano e che si vedono, sorgono dei problemi che forse non verrebbero spontanei alla mente del fanciullo: lo studio delle sezioni piane del cubo. Basta, per metterle

in evidenza, abbracciare il cubo con un elastichino: si potrà così vedere il quadrato sezione, il rettangolo, il triangolo; ci si potrà domandare quale numero massimo di lati può avere il poligono sezione, ed esaminare le sezioni esagonali, ecc. Voglio solo accennare a delle esperienze interessanti ideate da Paul Libois, professore alla Facoltà matematica di Bruxelles, sulle sezioni dei solidi in generale, esperienze che non è difficile realizzare per le sezioni del cubo. Si fa uscire la luce di un proiettore da una sottile fenditura rettilinea: si avrà così un piano di luce. Se un cubo, la cui superficie sia realizzata da una fitta rete di fili, o più semplicemente da una garza tesa fra l'intelaiatura metallica, è tagliato da questo piano luminoso, si vedrà disegnarsi nettamente su questa superficie una sezione; è chiaro come al variare della posizione del cubo rispetto al piano di luce, questa sezione muterà con continuità dando luogo a delle trasformazioni veramente suggestive.

Si è costruito un cubo da un materiale rozzo come una patata, e anche con del cartone; si tratta di due modi diversi di realizzare il solido, perchè nel primo caso il solido è « tutto pieno », anche nell'interno, cioè è formato di materia, nel secondo caso invece sono rappresentate solamente le facce, l'interno è vuoto. Ma non è difficile schematizzare ancora di più la costruzione, rappresentando solo gli spigoli, cioè « l'intelaiatura » del cubo; ecco come si può procedere: diamo agli allievi un certo numero di ferri da calza tutti uguali e insegnamo loro come se ne possono collegare tre formando un triedro collegandoli ad una estremità con un elastichino, e diciamo di costruire un cubo. L'allievo scoprirà da solo quanti ferri occorrono, cioè quanti spigoli ha il cubo. E la costruzione così eseguita offrirà l'enorme vantaggio di essere mobile; dal cubo si potrà passare a un parallelepipedo obliquo e sarà estremamente istruttivo vedere quali elementi rimangono fissi in questa variazione. *Perchè è la variazione e il confronto con gli stadi precedenti e successivi che conduce ad osservare, non è l'esame, anche attento, di una figura statica.*

Si è portato un esempio: lo studio del cubo fatto su un materiale, anzi su molti materiali che inducono sia a sintetizzare (costruire) che ad analizzare; partendo dunque da basi concrete, il bambino viene condotto al metodo matematico. La mobilità della figura, poi, condurrà l'allievo a confrontare il cubo con altre figure aventi caratteri uguali, e allora, e solo allora, egli sarà in grado di cercare una definizione. E, d'altra parte, questo metodo, che da taluni può venir considerato come utile per la comprensione degli allievi ma troppo concreto e non scientifico, è il metodo matematico. « Così fanno i geometri, per cui il cubo è ora una porzione di spazio, ora una superficie chiusa, o ancora un insieme di spigoli, o anche di punti ». Ecco come si esprime P. Libois, il geometra di Bruxelles<sup>(1)</sup>.

In tal modo, fra il discutere l'utilità e i fini che offrono i modelli costruiti ed esposti alla Mostra e il proporre idee per modelli quali spunti di formazione di concetti matematici e di operazioni, fra il manipolamento effettivo di materiali (dalla costruzione di poligoni per mezzo di striscioline di cartone collegate con « ferma-campioni », e quindi articolabili, alle saldature metalliche), e la considerazione storica e psicologica dello sviluppo di questa o quella nozione geometrica e anche algebrica nei suoi rapporti con basi concrete, sono continuati attivamente per sei giorni i lavori di seminario della sezione a.

<sup>(1)</sup> Vedi « Documentation », fascicolo sopra citato.

Sezione b. — Per quanto riguarda la sezione « filmine » i lavori si possono riassumere così: dopo aver discusso a lungo sull'opportunità didattica di ricorrere alla filmina nel corso dell'insegnamento, sul suo posto e valore nei confronti di altri sussidi quali modelli, films, ecc., si è passati alla proiezione di un certo numero di queste, variamente concepite, e, in base ai giudizi e ai commenti fatti dagli intervenuti, si è potuto meglio precisare il fine didattico della filmina. Si tratta di un sussidio che, pur non avendo l'ambizione di presentare situazioni di movimento, deve riuscire ad evocare con una ben studiata successione di quadri una serie di riflessioni. Si è visto così che ogniquale volta la filmina pretende di sostituire il film, essa è destinata a fallire nel suo intento, mentre riesce particolarmente utile quando ogni quadro suscita di per sé e nei confronti con gli altri delle riflessioni e delle emozioni su un determinato argomento; si è potuto per esempio ammirare una bella filmina sulla sezione aurea con riferimenti alla presenza di questo rapporto nella natura e nell'arte. Si è quindi passati a suggerire alcuni argomenti che potevano essere presentati utilmente con una filmina, e, fra le varie proposte, sono apparsi degni di trattazione un progetto di presentare la teoria delle proporzioni in aritmetica e in geometria, e un altro, veramente notevole, proposto da A. Pescarini (che lo ha già sperimentato presso la Scuola Media di Ravenna) sulla utilizzazione delle carte nautiche per suggerire idee ed esercizi sulle misurazioni di angoli e, in genere, i problemi più vari di geometria piana. La serie dei quadri che è stata proposta su questi argomenti tiene naturalmente presente che la lettura di una filmina deve avere il vantaggio rispetto al film di essere fatta a partire da un qualsiasi quadro.

È chiaro che anche in questa sezione la discussione spesse volte si allontana dallo stretto argomento per investire questioni riguardanti i principi della geometria e dell'aritmetica.

Sezione c. — Nella sezione « films » l'inglese Fletcher, dopo aver indicato i criteri in cui si possono dividere i films scientifici e i metodi di costruzione di un film a seconda degli scopi che esso si prefigge, ha portato vari esempi dei diversi tipi.

Sulla base di questi, molti dei componenti del gruppo hanno formulato dei progetti di films da dedicare a bambini delle prime classi delle scuole secondarie, a ragazzi di liceo, e anche a studenti universitari. Per le classi inferiori è soprattutto da ricordare un bel lavoro sul tema « angoli alla circonferenza », e per gli allievi di liceo qualche idea, ben dettagliata, su semplici generazioni di coniche; infine, per i corsi universitari, G. Choquet e J. Silva hanno steso un interessante progetto per un film sulla topologia, e S. D'Agostino ha proposto di illustrare a mezzo di un film alcuni aspetti di geometria differenziale.

I colleghi potranno forse chiarire meglio le loro idee sull'argomento « films » con la lettura del paragrafo seguente.

### 3. — Proiezione di films.

Le tre sezioni di congressisti si riunivano ogni sera per assistere e poi discutere insieme la proiezione di un film.

Varie Nazioni (Francia, Germania, Inghilterra e Svizzera) avevano mandato dei films di geometria, ma è inutile far distinzione fra Paese e Paese per-

chè il film matematico è un film internazionale. « Il ricorso a films matematici è così diverso dalle forme tradizionali d'espressione che possiamo dire si tratti di un nuovo linguaggio », così si esprime T. J. Fletcher, uno dei pionieri di questa nuova didattica della matematica.

Da un punto di vista matematico si può dire che non è un teorema o una proprietà che compare sullo schermo, ma è un insieme di proprietà, è, per esempio, il nascere di una figura e il suo evolversi, il suo trasformarsi secondo determinate leggi; è, in breve, quello che con espressione moderna, suol dirsi « una situazione matematica » che si presenta ed attira la nostra attenzione. E tutto questo è realizzato, in generale, attraverso cartoni animati. Essendo poi muto e, per lo più, senza scritte, il film, pur guidando lo spettatore con la successione dei suoi quadri attraverso una determinata linea, lascia libera la sua fantasia per questa o quella interpretazione o questo o quel collegamento.

Fra i films che abbiamo visto, tengo a segnalare in modo particolare quelli dell'inglese T. J. Fletcher e quelli dello svizzero J. L. Nicolet, autori che erano entrambi presenti al Congresso. Questi due professori, animati da spirito nettamente diverso, hanno creato con i loro films delle vere opere d'arte.

Quelli di Fletcher (abbiamo visto, per esempio, « La linea di Simson », « L'ipocicloide », « La cardioide », « La corda vibrante ») vogliono esaminare a fondo un determinato problema in ogni suo particolare, e la successione dei quadri, pur facendo appello all'intuizione, costringe a seguire una linea anche nei suoi dettagli. Si può senz'altro dire che è uno spirito analitico che li ha creati. Essi sono ottimi anche da un punto di vista tecnico e artistico perchè l'autore ha saputo mettere in evidenza nella successione dei movimenti il senso di bellezza che nasce dalle semplici relazioni geometriche. Ogni film dura dai 10 ai 15 minuti; sono perciò abbastanza lunghi come films di matematica.

I films di J. L. Nicolet, pur trattando spesso argomenti analoghi a quelli di Fletcher (abbiamo visto, per esempio, « La strofoide », « L'ipocicloide », « Le coniche »), non descrivono mai un quadro completo di una situazione geometrica ma vogliono solamente accennarlo, vogliono lasciare piena libertà all'intuizione e alla fantasia dello spettatore; si può dire che aprono il problema, pongono delle interrogazioni. Non vogliono costituire un riepilogo di una teoria studiata e nemmeno svolgere una trattazione completa di un dato argomento, ma solamente suscitare l'intuizione, e, come l'intuizione è un atto momentaneo del pensiero, così questi films durano solo pochi minuti; anche il ragazzetto di una scuola media inferiore (ve ne sono infatti anche di particolarmente elementari) non può stancarsi nell'assistere a queste proiezioni. Questi di Nicolet, opera di un matematico particolarmente dotato di « esprit de géométrie », si accorderebbero molto bene — io credo — con lo spirito geometrico delle nostre scuole secondarie <sup>(1)</sup>.

<sup>(1)</sup> L'elenco dei films di FLETCHER e di NICOLET si trova in « Mathematics Teaching », n. 3, november 1956.

Vedi in « Mathematica & Paedagogia », 1954-55, n. 4, un articolo di FLETCHER su *Un nouveau langage mathématique*; e in « Ricerche Didattiche », 1954, n. 19-20, un articolo di E. CASTELNUOVO su *I films di geometria di J. L. Nicolet*. Cfr. anche i due volumetti di NICOLET, *Intuition mathématique et dessins animés* (Librairie Payot, Lausanne, 1942) e *Le dessin animé appliqué à l'enseignement des mathématiques et des sciences* (Scientifilm Colomb, Lausanne, 1944).

#### 4. — *Classi sperimentali.*

Si tratta di « lezioni modello », o meglio « esperienze modello », che sono state tenute da alcuni congressisti, in presenza di tutti gli altri, su un certo numero di allievi (25-30) di una classe di scuola secondaria.

L'essere a Madrid ha portato il vantaggio di poter fare intervenire non solo classi di scuole spagnole ma anche classi dei licei italiano e francese.

Queste lezioni, tipicamente attive, sono state tenute da C. Gattegno con allievi di una Scuola media spagnola, da P. Puig Adam e W. Servais con allievi del Liceo francese, da C. Galli ed E. Castelnuovo con allievi della Scuola media aggregata al Liceo italiano. A questo proposito, tengo qui a ringraziare caldamente S. E. l'Ambasciatore d'Italia e il Preside del Liceo italiano a Madrid che hanno collaborato con gli ospiti italiani per rendere più facili tutte le manifestazioni di nostra iniziativa.

C. Gattegno ha lavorato con una classe di ragazzi di 11-12 anni, facendo vedere come si può far nascere e sviluppare il concetto di frazione basandosi su un materiale molto semplice introdotto recentemente dal belga G. Cuise-naire. Si tratta di una serie di 10 regoli a forma di parallelepipedo rettangolo di sezione 1 cm<sup>2</sup> e di lunghezza che va da 1 cm a 10 cm; ad ogni lunghezza corrisponde un dato colore in modo da aiutare la memoria visiva, tanto che questo materiale è noto col nome di « numeri in colore ». Questo materiale, studiato ormai da alcuni anni da pedagogisti e da matematici, è stato introdotto già in molte scuole elementari e in qualche scuola media, soprattutto in Belgio e in Inghilterra, portando nell'insegnamento dei risultati addirittura sorprendenti <sup>(1)</sup>.

Anche P. Puig Adam ha una classe di ragazzi di 11-12 anni; egli riesce a far sì che essi si rendano consapevoli di problemi concernenti sia i multipli e i divisori di un numero sia le progressioni aritmetiche e geometriche, questioni dunque notevolmente astratte ma rese vive e concrete, pur senza l'uso esplicito di un materiale, con esempi fatti trovare dagli stessi allievi <sup>(2)</sup>.

Ad allievi più grandi (16-17 anni) si rivolge W. Servais facendo ritrovare da questi, a partire dalle più semplici osservazioni sulle ombre e con discussioni interessantissime, le varie proprietà delle figure omotetiche.

A bambini della 1<sup>a</sup> media del Liceo italiano di Madrid hanno tenuto due lezioni il prof. C. Galli, ispettore generale delle scuole secondarie in Uruguay, ed io stessa. Il Galli li ha intrattenuti una mezz'ora su questioni di logica, trattate a forma di gioco, utilizzando materiale vario. Io ho cercato, in una prima esperienza, di suscitare in loro l'intuizione della costanza della somma degli angoli di un triangolo, facendo fermare l'attenzione su un triangolo isoscele variabile così realizzato: un elastichino abbraccia due chiodi fissati su una tavoletta di legno; tirando, più o meno, per mezzo di un filo, un ramo

<sup>(1)</sup> A chi volesse informarsi di questo materiale e delle idee didattiche che può suggerire si consiglia la lettura del libro: G. CUISENAIRE e C. GATTEGNO, *Les nombres en couleur*, ed. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel (Svizzera); di questo volumetto sarà curata la traduzione italiana. Inoltre, in molti numeri della rivista « Mathematica & Paedagogia », sono pubblicati articoli sull'argomento.

<sup>(2)</sup> Cfr. qualche esperienza riferita in *Didactica matematica euristica* di P. PUIG ADAM (sopra citato).

dell'elastico in direzione perpendicolare alla congiungente i chiodi, si ha appunto un triangolo isoscele variabile avente per base la distanza fra i chiodi. In una seconda esperienza, poi, ho attirato l'attenzione dei bambini sul concetto di area, mostrando un rettangolo realizzato con un semplice spago legato, ben teso fra l'indice e il pollice di ciascuna mano; l'area del rettangolo varia (cosa addirittura incredibile per i bambini!) se, avvicinando le dita di ogni mano, e quindi allontanando le mani fra loro, esso assume un'altra forma.

#### CONCLUSIONE.

Da quanto abbiamo detto nei vari paragrafi, e soprattutto in quest'ultimo riguardante le classi sperimentali, credo si possa trarre la conclusione che l'uso di una « base concreta », qualunque essa sia, non abbassa il tono dell'insegnamento della matematica. E con la parola « base concreta » si può intendere un modello, un dispositivo, un film, ma anche il riferimento ad un'esperienza della vita d'ogni giorno o ad un fenomeno naturale o l'osservazione d'un gioco di luci o di ombre. Noi riteniamo che l'uso di una base concreta, intesa nel senso più largo, non solo sia utile nella classe, ma sia addirittura indispensabile quale « spunto » iniziale dal quale a poco a poco l'allievo « estrapolerà », idealizzandola; e questo passaggio dal concreto all'astratto avverrà in modo del tutto naturale soprattutto se il dispositivo è mobile, e se quindi sono facilmente intuibili i casi limiti.

Non si deve credere, pertanto — mi permetto di sottolinearlo ancora una volta — che l'introduzione di una base concreta tolga all'insegnamento della matematica quel carattere di purezza e di astrazione che gli compete, perchè non è questo o quel materiale su cui si farà fermare l'attenzione dell'allievo, ma è la trasformazione del materiale, è un'operazione che sarà messa in evidenza, e, in quanto tale, sarà indipendente dalla qualità del materiale, e quindi astratta.

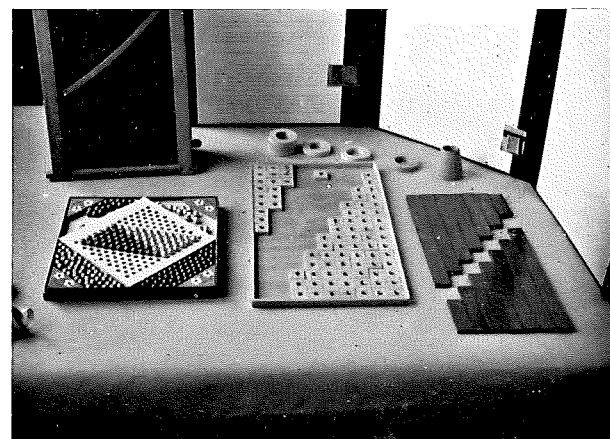
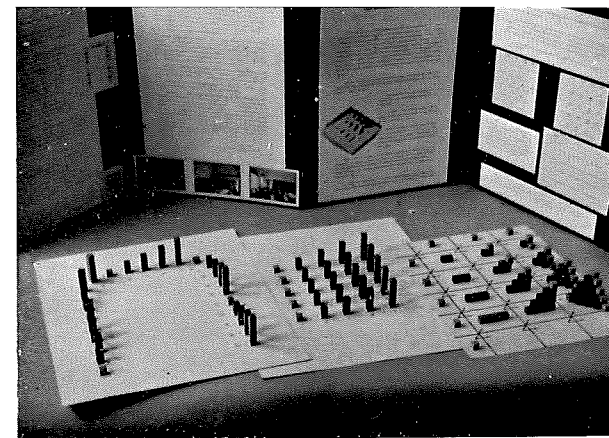
È su questo punto che si è voluto insistere, soprattutto da parte di Choquet, di Puig Adam e di Gattegno, nella riunione di chiusura del Congresso, tenutasi presso l'Istituto Ramiro de Maeztu, un Liceo modello di Madrid, alla presenza del Direttore Generale dell'Insegnamento Secondario.

Il prof. Gattegno, anche questa volta vero animatore del Convegno, metteva in particolare rilievo nella sua relazione conclusiva i contributi di lavoro e di pensiero portati dai vari Paesi, e rivolgeva l'augurio per una sempre più profonda e più vasta attività della Commissione.

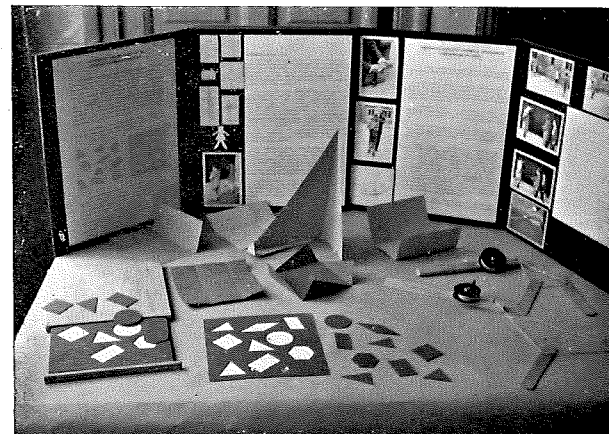
In questa riunione finale, il gruppo italiano, invitato a parlare nella persona del prof. Campedelli, dichiarava la propria soddisfazione per lo svolgimento dei lavori e sottolineava il proprio compiacimento nel vedere come le idee della Scuola Matematica Italiana, la quale mira ad esaltare i valori umani nell'insegnamento della matematica, inquadrandolo nella storia e nelle tradizioni e combattendone l'eccessivo tecnicismo, abbiano avuto in questi ultimi anni una grande influenza sull'indirizzo della Commissione Internazionale.

EMMA CASTELNUOVO.

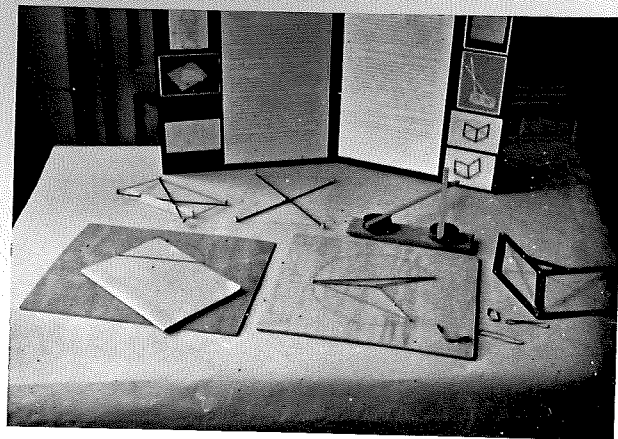
Il materiale Cuisenaire.



Spunti di osservazioni matematiche in giochi di bimbi.

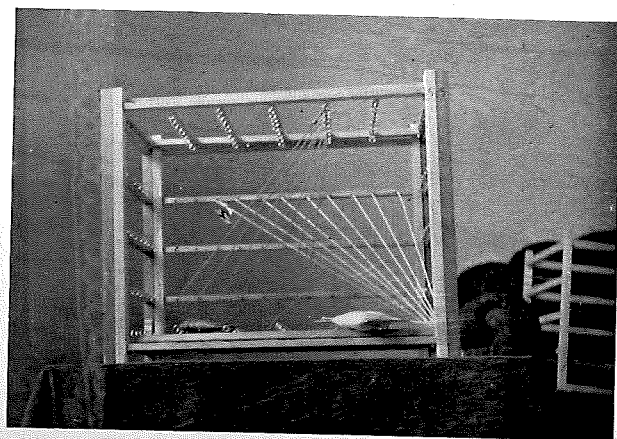
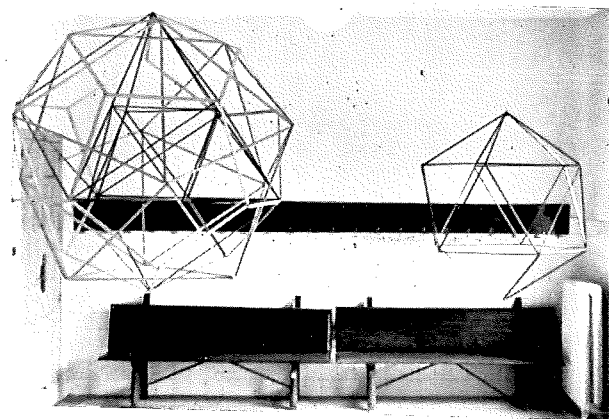


Vari modelli fra cui poligoni a incastro per iniziare alla geometria nel piano e dispositivi per la generazione di coniche.

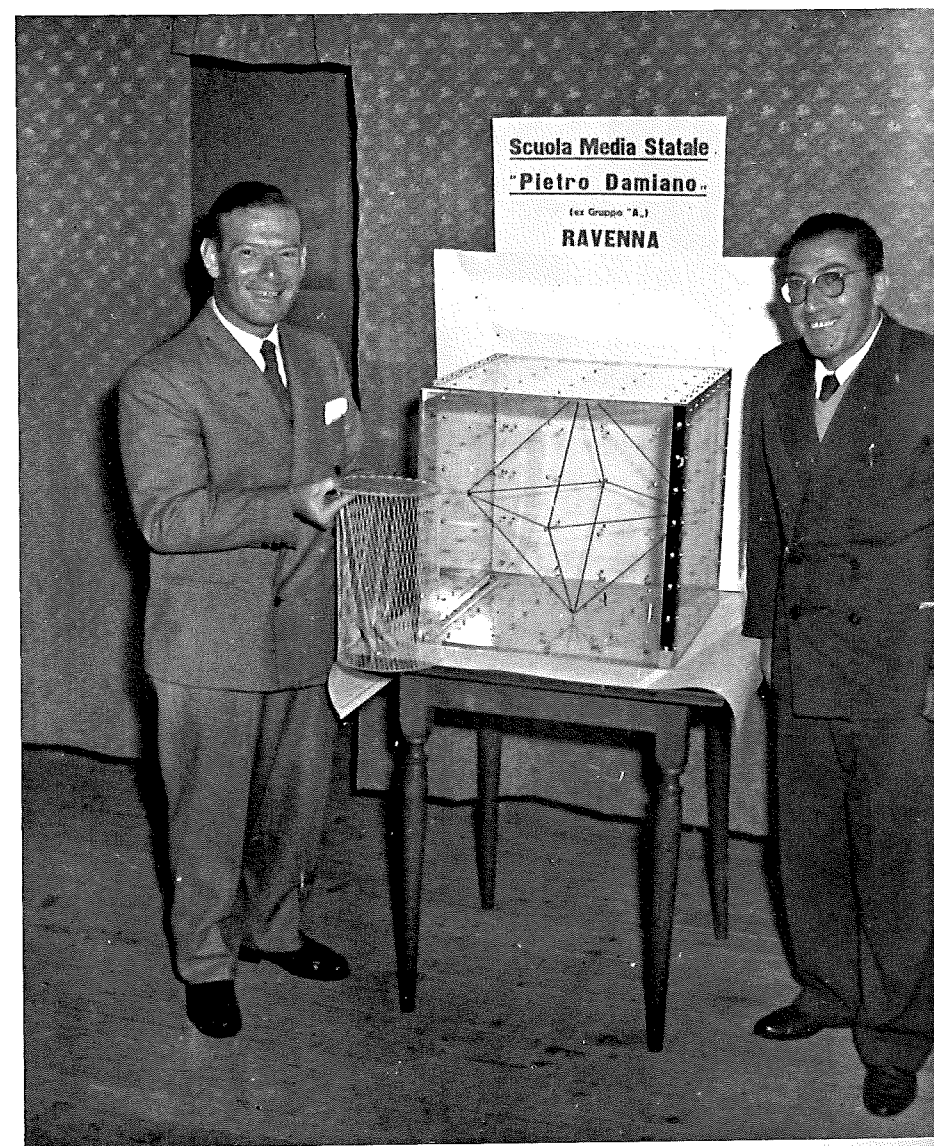


Dispositivi mobili vari; fra l'altro: angoli alla circonferenza e angoli al centro.

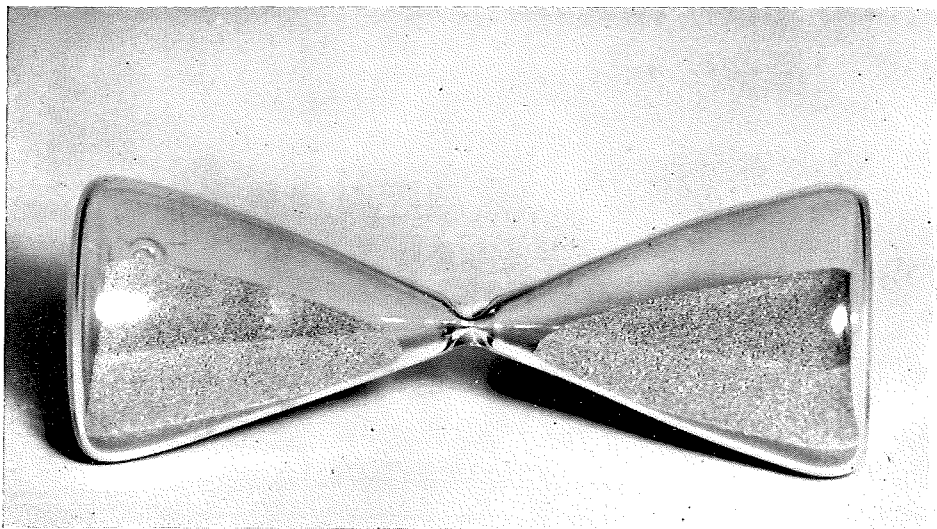
«L'omnipoliedro», ossia i cinque poliedri regolari riuniti in un unico modello rigido.



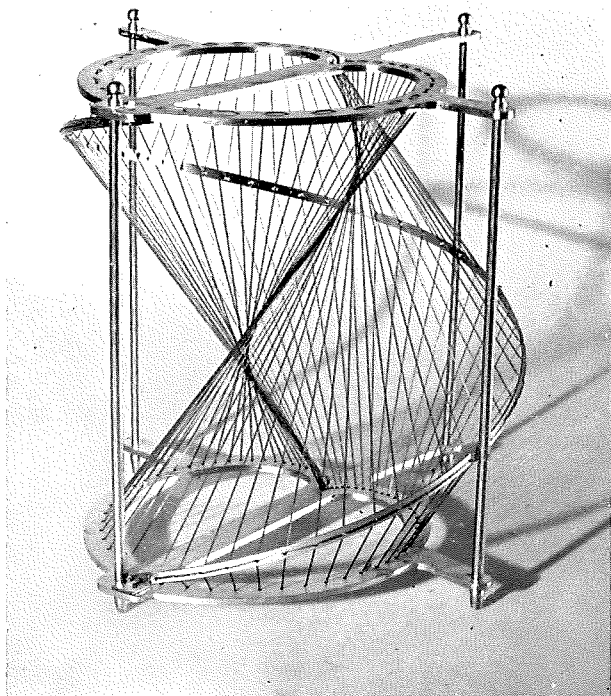
Un materiale per l'insegnamento euristico della geometria dello spazio.



Il «geospazio» (A. Pescarini).



La clessidra e le sezioni coniche (E. Castelnuovo).



L'«elicoide sviluppabile»,  
luogo delle rette tangenti  
ad un'elica cilindrica cir-  
colare. La curva base (come  
ogni altra sezione normale)  
è costituita dall'*evolvente*,  
di un cerchio.

(L. Campedelli).